

ΛΥΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ Β' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

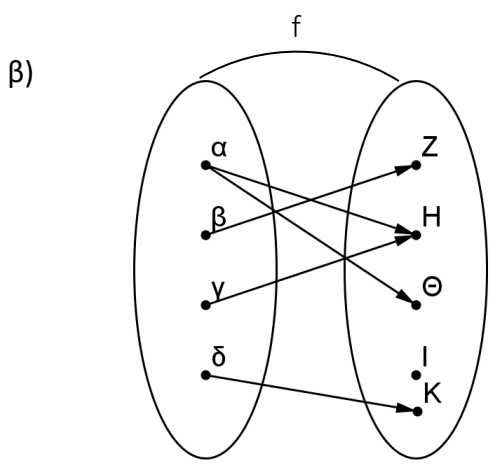
Ενότητα 5: Συναρτήσεις

1. Να εξετάσετε κατά πόσο ορίζεται συνάρτηση σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις.

Λύση:

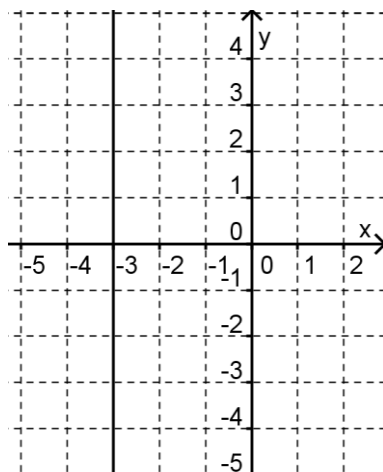
α) $A = \{(3,2), (0,2), (5,7), (-1, -3)\}$

Η αντιστοιχία ορίζει συνάρτηση, γιατί κάθε τιμή του x αντιστοιχίζεται με μόνο μία τιμή του y



Η αντιστοιχία δεν ορίζει συνάρτηση, διότι η τιμή $x = \alpha$ αντιστοιχίζεται με δύο τιμές του y , δηλαδή $y = \eta$ και $y = \theta$

γ)



Η αντιστοιχία δεν ορίζει συνάρτηση, διότι η τιμή $x = -3$ αντιστοιχίζεται με άπειρες τιμές του y

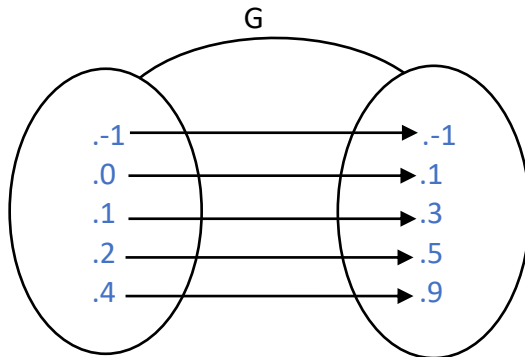
2. (α) Να παραστήσετε το γράφημα $G = \{(-1, -1), (0, 1), (1, 3), (2, 5), (4, 9)\}$

Λύση:

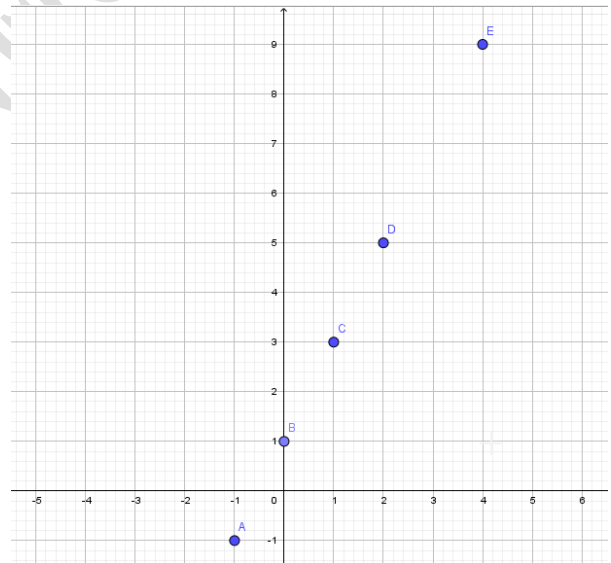
i. με τη χρήση πίνακα τιμών

x	-1	0	1	2	4
y	-1	1	3	5	9

ii. με τη χρήση βελοειδούς διαγράμματος



iii. με τη χρήση γραφικής παράστασης



(β) Ορίζει συνάρτηση η αντιστοιχία που δίνεται με τους πιο πάνω τρόπους;

Δικαιολογήστε.

Η αντιστοιχία ορίζει συνάρτηση, γιατί κάθε τιμή του x αντιστοιχίζεται με μόνο μία τιμή του y .

Αν είναι συνάρτηση να βρείτε τον τύπο της

Η ευθεία περνά από τα σημεία $(0, 1)$ και $(1, 3)$

Τύπος της συνάρτησης είναι: $y = ax + \beta$

$$\left. \begin{array}{l} (0, 1) \\ y = ax + \beta \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = \alpha \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} (1, 3) \\ y = ax + \beta \end{array} \right\} \Rightarrow 3 = \alpha \cdot 1 + 1 \Leftrightarrow 3 - 1 = \alpha \Leftrightarrow \alpha = 2$$

Άρα $y = 2x + 1$

3. Να γράψετε δίπλα από κάθε πρόταση «ορθό» ή «λάθος».

Λύση:

α) Η ευθεία που είναι παράλληλη με τον άξονα $x'x$ έχει κλίση $\lambda = 0$ «ορθό»

β) Η κλίση της ευθείας που είναι κάθετη στον άξονα $y'y$ δεν ορίζεται «λάθος»

γ) Αν η ευθεία με εξίσωση: $y = ax + \beta$ περνά από την αρχή των αξόνων τότε $\beta = 0$ «ορθό»

δ) Η ευθεία $5y = 3x$ περνά από την αρχή των αξόνων «ορθό»

4. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που :

α) Έχει κλίση $\lambda = 2$ και περνά από το σημείο $(0, -5)$

Λύση:

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = ax + \beta$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 2 \\ \lambda = \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = 2$$
$$\left. \begin{array}{l} y = ax + \beta \\ (0, -5) \end{array} \right\} \Rightarrow -5 = 2 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = -5$$

Άρα $y = 2x - 5$

β) Περνά από τα σημεία $(2, -1)$ και $(0, 7)$

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = ax + \beta$

$$\left. \begin{array}{l} (0, 7) \end{array} \right\} \Rightarrow 7 = \alpha \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 7$$

$$\left. \begin{array}{l} y = ax + \beta \\ (2, -1) \end{array} \right\} \Rightarrow -1 = \alpha \cdot 2 + 7 \Leftrightarrow -1 - 7 = 2\alpha \Leftrightarrow 2\alpha = -8 \Leftrightarrow \frac{2\alpha}{2} = \frac{-8}{2} \Leftrightarrow \alpha = -4$$

Άρα $y = -4x + 7$

γ) Έχει κλίση $\lambda = 0$ και περνά από το σημείο $(-6, -4)$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 0 \Rightarrow y = \beta \\ (-6, -4) \end{array} \right\} \Rightarrow y = -4$$

δ) Έχει κλίση $\lambda = -8$ και περνά από την αρχή των αξόνων $(0, 0)$

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = ax$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = -8 \\ \lambda = \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = -8$$

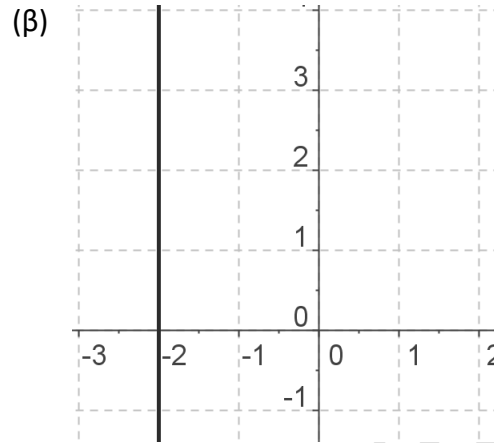
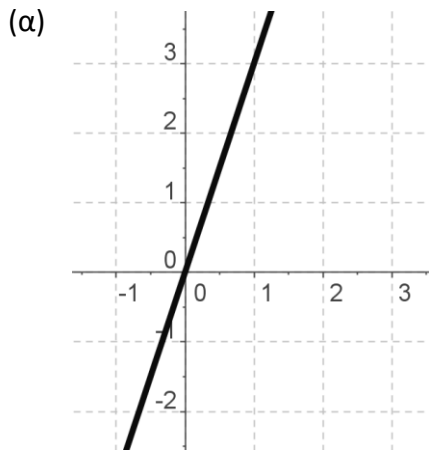
Άρα $y = -8x$

ε) Που περνά από το σημείο $(-2, -6)$ και την αρχή των αξόνων $(0, 0)$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Εξίσωση της ευθείας είναι: } y = ax \\ (-2, -6) \end{array} \right\} \Rightarrow -6 = \alpha \cdot (-2) \Leftrightarrow -6 = -2\alpha \Leftrightarrow 2\alpha = 6$$
$$\Leftrightarrow \frac{2\alpha}{2} = \frac{6}{2} \Leftrightarrow \alpha = 3$$

$$\text{Άρα } y = 3x$$

5. Από τις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών:
Λύση:



(α) Η ευθεία περνά από την αρχή των αξόνων(0, 0)

Η εξίσωση της ευθείας είναι: $y = ax$ και

περνά από το σημείο (1, 3)

$$3 = a \cdot 1 \Leftrightarrow a = 3$$

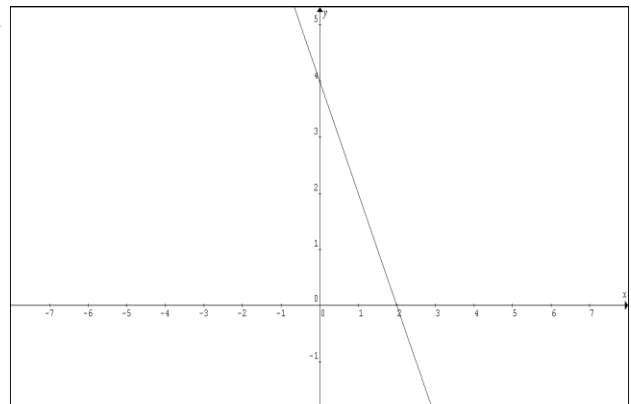
$$\text{Άρα } y = 3x$$

(β) Η ευθεία είναι κάθετη στον άξονα των x στο σημείο (-2, 0)

Η εξίσωση της ευθείας είναι: $x = \kappa$

$$\text{Άρα } x = -2$$

(γ)



(γ) Η ευθείας περνά από τα σημεία (2, 0) και (0, 4)

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = ax + \beta$

$$\left. \begin{array}{l} (0, 4) \\ y = ax + \beta \end{array} \right\} \Rightarrow 4 = a \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} (2, 0) \\ y = ax + \beta \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = a \cdot 2 + 4 \Leftrightarrow -4 = 2a \Leftrightarrow 2a = -4 \Leftrightarrow \frac{2a}{2} = \frac{-4}{2} \Leftrightarrow a = -2$$

$$\text{Άρα } y = -2x + 4$$

6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A (0, 6) και B (-1, 4)

Λύση:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Εξίσωση της ευθείας είναι: } y = \alpha x + \beta \\ (0, 6) \end{array} \right\} \Rightarrow 6 = \alpha \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 6$$

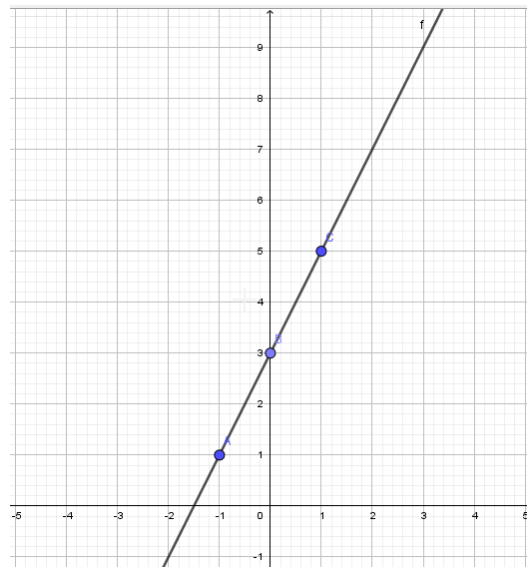
$$\left. \begin{array}{l} y = \alpha x + \beta \\ (-1, 4) \end{array} \right\} \Rightarrow 4 = \alpha \cdot (-1) + 6 \Leftrightarrow 4 = -1\alpha + 6 \\ \Leftrightarrow \alpha = 6 - 4 \Leftrightarrow \alpha = 2$$

$$\text{Άρα } y = 2x + 6$$

7. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ευθείας: $y = 2x + 3$

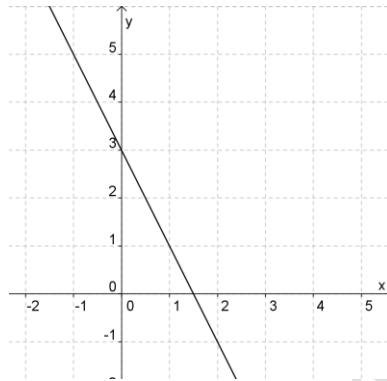
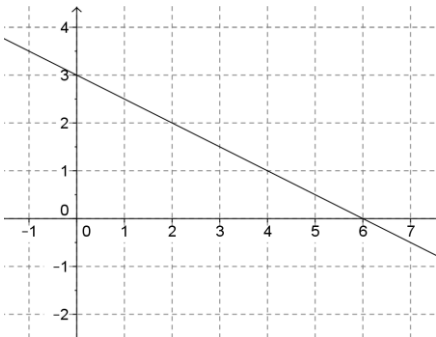
Λύση:

x	$y = 2x + 3$	y	(x, y)
-1	$y = 2 \cdot (-1) + 3$ $= -2 + 3 = 1$	1	(-1, 1)
0	$y = 2 \cdot 0 + 3$ $= 0 + 3 = 3$	3	(0, 3)
1	$y = 2 \cdot 1 + 3$ $= 2 + 3 = 5$	5	(1, 5)



8. Από τις πιο κάτω γραφικές να βρείτε:

Λύση:



α) Τα σημεία τομής των ευθειών με τους άξονες των $y'y$ και $x'x$

Λύση: Πρώτο σχήμα:

Το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα των $y'y$ είναι $(0, 3)$

Το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα των $x'x$ είναι $(6, 0)$

Δεύτερο σχήμα:

Το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα των $y'y$ είναι $(0, 3)$

Το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα των $x'x$ είναι $(\frac{3}{2}, 0)$

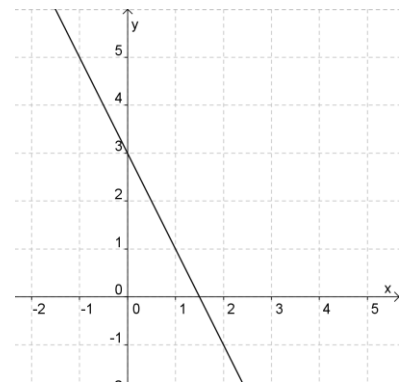
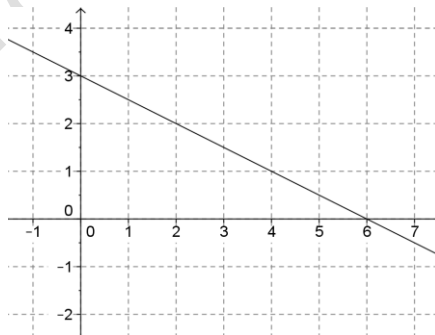
β) Την κλίση τους

Λύση:

Πρώτο σχήμα: $\lambda = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$

Δεύτερο σχήμα: $\lambda = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{1,5} = -2$

γ) Την εξίσωση της κάθε ευθείας



Λύση:

Πρώτο σχήμα:

Η ευθεία περνά από τα σημεία $(6, 0)$ και $(0, 3)$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Εξίσωση της ευθείας είναι: } y = \alpha x + \beta \\ (0, 3) \end{array} \right\} \Rightarrow 3 = \alpha \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \alpha x + \beta \\ (6, 0) \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = \alpha \cdot 6 + 3 \Leftrightarrow -3 = 6\alpha \Leftrightarrow 6\alpha = -3 \Leftrightarrow \frac{6\alpha}{6} = \frac{-3}{6} \Leftrightarrow \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Άρα } y = -\frac{1}{2}x + 3$$

Ή

Η ευθεία έχει κλίση $\lambda = -\frac{1}{2}$ και περνά από το σημείο $(0, 3)$

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = \alpha x + \beta$

$$\lambda = -\frac{1}{2}$$

$$\lambda = \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$y = \alpha x + \beta$$

$$(0, 3)$$

$$\Rightarrow 3 = -\frac{1}{2} \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 3$$

$$\text{Άρα } y = -\frac{1}{2}x + 3$$

Δεύτερο σχήμα:

Η ευθεία περνά από τα σημεία $(1, 1)$ και $(0, 3)$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Εξίσωση της ευθείας είναι: } y = \alpha x + \beta \\ (0, 3) \end{array} \right\} \Rightarrow 3 = \alpha \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 3$$

$$y = \alpha x + \beta$$

$$(1, 1)$$

$$\Rightarrow 1 = \alpha \cdot 1 + 3 \Leftrightarrow 1 - 3 = \alpha \Leftrightarrow \alpha = -2$$

$$\text{Άρα } y = -2x + 3$$

Ή

Η ευθεία έχει κλίση $\lambda = -2$ και περνά από το σημείο $(0, 3)$

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = \alpha x + \beta$

$$\lambda = -2$$

$$\lambda = \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = -2$$

$$y = \alpha x + \beta$$

$$(0, 3)$$

$$\Rightarrow 3 = -2 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 3$$

$$\text{Άρα } y = -2x + 3$$

9. α) Από τη πιο κάτω γραφική παράσταση να βρείτε την κλίση και την εξίσωση της ευθείας ε_1

Λύση:

$$\lambda = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{3} = 1$$

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = \alpha x + \beta$

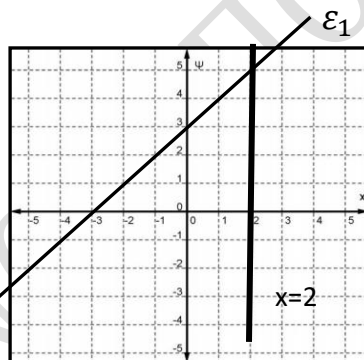
$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 1 \\ \lambda = \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = 1$$
$$\left. \begin{array}{l} y = \alpha x + \beta \\ (0,3) \end{array} \right\} \Rightarrow 3 = 1 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 3$$

Άρα $y = x + 3$

(β) Να γίνει η γραφική παράσταση της ευθείας $\varepsilon_2: x = 2$ στο ίδιο σύστημα αξόνων και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που περικλείεται από τις ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και τον άξονα x'

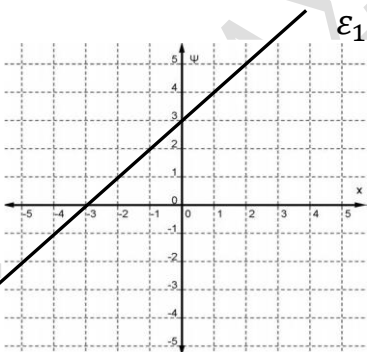
Λύση:

$$E = \frac{\beta \cdot \nu}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ τ.μ.}$$



γ) Για ποια τιμή του μ το σημείο $(\frac{2\mu+1}{3}, \mu - 1)$ ανήκει στην ευθεία ε_1

Λύση:



$$y = x + 3$$

$$\mu - 1 = \frac{2\mu+1}{3} + 3$$

$$3(\mu - 1) = 2\mu + 1 + 9$$

$$3\mu - 3 = 2\mu + 1 + 9$$

$$3\mu - 2\mu = 3 + 1 + 9$$

$$\mu = 13$$

10. Δίνεται η ευθεία $y = (2\kappa + 4)x$. Να υπολογίσετε την τιμή του κ , αν η ευθεία

α) Έχει κλίση 4

Λύση:

$$\left. \begin{array}{l} y = (2\kappa + 4)x \\ \lambda = 4 \\ \alpha = 2\kappa + 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda = \alpha \Leftrightarrow 2\kappa + 4 = 4 \Leftrightarrow 2\kappa = 4 - 4 \Leftrightarrow 2\kappa = 0 \Leftrightarrow \frac{2\kappa}{2} = \frac{0}{2} \Leftrightarrow \kappa = 0$$

β) Περνά από το σημείο (1,6)

Λύση:

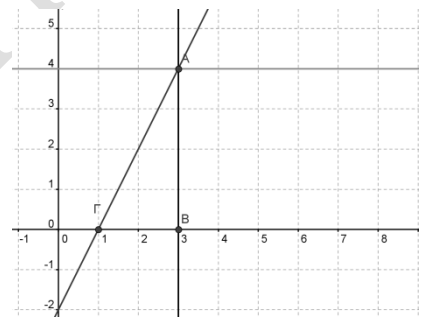
$$\left. \begin{array}{l} y = (2\kappa + 4)x \\ (1,6) \end{array} \right\} \Rightarrow 6 = (2\kappa + 4) \cdot 1 \Leftrightarrow 2\kappa + 4 = 6 \Leftrightarrow 2\kappa = 6 - 4 \Leftrightarrow 2\kappa = 2 \Leftrightarrow \frac{2\kappa}{2} = \frac{2}{2} \Leftrightarrow \kappa = 1$$

11. Από το σχήμα να βρείτε:

(α) Τις συντεταγμένες των σημείων A, B και Γ

Λύση:

$$A(3,4), B(3,0) \text{ και } \Gamma(1,0)$$



(β) Τις εξισώσεις των ευθειών AB, BΓ και AΓ

Λύση:

$$AB : x = 3, B\Gamma : y = 0$$

$$\text{και } A\Gamma : y = \alpha x + \beta$$

$$\lambda = \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{2} = 2, \text{ το σημείο τομής της ευθείας με το άξονα } y \text{ είναι } (0,-2)$$

$$\text{άρα το } \beta = -2$$

$$A\Gamma : y = 2x - 2$$

(γ) Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ

Λύση:

$$E = \frac{\beta \cdot v}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ τ.μ}$$

12. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας:

α) Που διέρχεται από το σημείο A (2, -3) και έχει κλίση $\lambda = 4$

Λύση:

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = ax + \beta$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 4 \\ \lambda = \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} y = ax + \beta \\ (2, -3) \end{array} \right\} \Rightarrow -3 = 4 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow -3 = 8 + \beta \\ \Leftrightarrow -3 - 8 = \beta \Leftrightarrow \beta = -11$$

$$\text{Άρα } y = 4x - 11$$

β) Που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και έχει κλίση $\lambda = -2$

Λύση:

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = ax$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = -2 \\ \lambda = \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = -2$$

$$\text{Άρα } y = -2x$$

γ) Που διέρχεται από τα σημεία $(6, -1)$ και $(3, 2)$

Λύση:

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = ax + \beta$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-1)}{3 - 6} = \frac{2+1}{-3} = \frac{3}{-3} = -1 \\ \lambda = \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = -1$$

$$\left. \begin{array}{l} y = ax + \beta \\ (3, 2) \end{array} \right\} \Rightarrow 2 = -1 \cdot 3 + \beta \Leftrightarrow 2 = -3 + \beta \\ \Leftrightarrow 2 + 3 = \beta \Leftrightarrow \beta = 5$$

$$\text{Άρα } y = -1x + 5$$

δ) Που διέρχεται από το σημείο τομής της ευθείας $y = 2x + 1$ με τον άξονα των x' και έχει κλίση ίση με την κλίση της ευθείας $3x - y = 5$

Λύση:

Εξίσωση της ευθείας είναι: $y = ax + \beta$

$$3x - y = 5 \Leftrightarrow 3x - 5 = y \Leftrightarrow y = 3x - 5 \Rightarrow \lambda = 3 \text{ και } \lambda = \alpha \Rightarrow \alpha = 3$$

Σημείο τομής της ευθείας $y = 2x + 1$ με τον άξονα των $x'x \Rightarrow 0 = 2x + 1$

$$\Leftrightarrow -1 = 2x \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{Σημείο τομής } \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$y = \alpha x + \beta \left. \vphantom{y = \alpha x + \beta} \right\}$$

$$\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$\Leftrightarrow \beta = \frac{3}{2}$$

$$\text{Άρα } y = 3x + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 0 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \beta \Leftrightarrow 0 = -\frac{3}{2} + \beta$$

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΝΘΟΥΠΟΛΕΩΣ