

ΛΥΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ενότητα 8: Στατιστική-Πιθανότητες

1. Η βαθμολογία στα 5 μαθήματα ενός μαθητή Λυκείου είναι:
14, 16, 12, 18, 15. Να υπολογίσετε:

(α) Τη μέση τιμή

Λύση:

$$\bar{X} = \frac{14+16+12+18+15}{5} = \frac{75}{5} = 15$$

(β) Τη διάμεσο

Λύση:

Η διάμεσος των παρατηρήσεων 12, 14, 15, 16, 18 είναι το 15

2. Η μέση τιμή των βαθμών 11 μαθητών σε ένα διαγώνισμα στα Μαθηματικά είναι 15. Οι βαθμοί είναι οι: 12, 20, α, 15, 14, 19, β, 12, 17, 16, 13.

Λύση:

(α) Να υπολογίσετε τα α και β αν το α είναι κατά 3 μεγαλύτερο από το β

$$\alpha = \beta + 3$$

$$\bar{X} = \frac{12+20+\alpha+15+14+19+\beta+12+17+16+13}{11}$$

$$\Leftrightarrow 15 = \frac{12+20+\beta+3+15+14+19+\beta+12+17+16+13}{11}$$

$$\Leftrightarrow 15 = \frac{2\beta+141}{11}$$

$$\Leftrightarrow 15 \cdot 11 = 2\beta + 141$$

$$\Leftrightarrow 165 = 2\beta + 141$$

$$\Leftrightarrow 165 - 141 = 2\beta$$

$$\Leftrightarrow 24 = 2\beta$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\beta}{2} = \frac{24}{2}$$

$$\Leftrightarrow \beta = 12$$

$$\alpha = \beta + 3 = 12 + 3 = 15, \quad \beta = 12$$

(β) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή και τη διάμεσο

Η επικρατούσα τιμή των παρατηρήσεων 12, 20, 15, 15, 14, 19, 12, 12, 17, 16, 13 είναι το 12

Η διάμεσος των παρατηρήσεων 12, 12, 12, 13, 14, 15, 15, 16, 17, 19, 20 είναι το 15

3. Η βαθμολογία σε 5 μαθήματα ενός μαθητή Γ' Γυμνασίου είναι: 5, 14, 13, 14, και 19.
Να υπολογίσετε:

(α) Τη μέση τιμή

Λύση:

$$\bar{X} = \frac{5+14+13+14+19}{5} = \frac{65}{5} = 13$$

(β) Τη διάμεσο

Λύση:

Η διάμεσος των παρατηρήσεων 5, 13, 14, 14, 19 είναι το 14

(γ) Την επικρατούσα τιμή

Λύση:

Η επικρατούσα τιμή των παρατηρήσεων 5, 14, 13, 14, 19 είναι το 14

4. Η μέση τιμή έξι αριθμών είναι 10. Οι τρεις από τους αριθμούς αυτούς είναι το 1, το 3 και το 6. Από τους υπόλοιπους τρεις, ο δεύτερος είναι τριπλάσιος από τον πρώτο και τρίτος διπλάσιος από το δεύτερο.

α) Να βρεθούν όλοι οι αριθμοί

Λύση:

$$\alpha, \beta = 3\alpha, \gamma = 2 \cdot 3\alpha = 6\alpha$$

$$\bar{X} = \frac{\alpha + 3\alpha + 6\alpha + 1 + 3 + 6}{6}$$

$$\Leftrightarrow 10 = \frac{10\alpha + 10}{6}$$

$$\Leftrightarrow 10 \cdot 6 = 10\alpha + 10$$

$$\Leftrightarrow 60 = 10\alpha + 10$$

$$\Leftrightarrow 60 - 10 = 10\alpha$$

$$\Leftrightarrow 50 = 10\alpha$$

$$\Leftrightarrow \frac{10\alpha}{10} = \frac{50}{10}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 5$$

$$\alpha = 5, \beta = 3\alpha = 3 \cdot 5 = 15, \gamma = 6\alpha = 6 \cdot 5 = 30$$

β) Να βρεθεί η διάμεσος των αριθμών αυτών

Λύση:

Η διάμεσος των αριθμών 1, 3, 5, 6, 15, 30 είναι: $\frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$

5. Ρίχνουμε δύο ζάρια. Αφού καταγραφεί ο δειγματικός χώρος, να υπολογίσετε την πιθανότητα:

Λύση:

$$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

α) Α: Το άθροισμα των δύο ενδείξεων να είναι μεγαλύτερο του 9

Λύση:

$$A = \{(4,6), (5,5), (5,6), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\nu(A)}{\nu(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

β) Β: Η ένδειξη και στα δύο ζάρια να είναι 7

Λύση:

$$B = \{ \}$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{\nu(B)}{\nu(\Omega)} = \frac{0}{36} = 0$$

γ) Γ: Το γινόμενο των δύο ενδείξεων να είναι περιττός αριθμός

Λύση:

$$\Gamma = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

$$\Rightarrow P(\Gamma) = \frac{\nu(\Gamma)}{\nu(\Omega)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

δ) Δ: Η μια τουλάχιστον ένδειξη να είναι 2

Λύση:

$$\Delta = \{(1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2)\}$$

$$\Rightarrow P(\Delta) = \frac{\nu(\Delta)}{\nu(\Omega)} = \frac{11}{36}$$

ε) Ε: Τα ζάρια να μην έχουν ίδιες ενδείξεις

Λύση:

$$E = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), \\ (3,1), (3,2), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,5), (4,6), \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)\}$$

$$\Rightarrow P(E) = \frac{\nu(E)}{\nu(\Omega)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

6. Σε ένα πείραμα τύχης ρίχνουμε ένα νόμισμα δύο φορές.
(i) Να καταγράψετε τον δειγματικό χώρο (Ω) του πειράματος

Λύση:

$$\Omega = \{(K, K), (K, Γ), (Γ, K), (Γ, Γ)\}$$

- (i) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου
A: «οι ενδείξεις να είναι οι ίδιες»

Λύση:

$$A = \{(K, K), (Γ, Γ)\} \Rightarrow P(A) = \frac{\nu(A)}{\nu(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

7. Μια οικογένεια έχει δύο παιδιά.

- (α) Να καταγράψετε τον δειγματικό χώρο (Ω)

Λύση:

$$\Omega = \{(K, K), (K, A), (A, K), (A, A)\}$$

- (β) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου:

A: Τα δύο παιδιά είναι κορίτσια

Λύση:

$$A = \{(K, K), \} \Rightarrow P(A) = \frac{\nu(A)}{\nu(\Omega)} = \frac{1}{4}$$

B: Τουλάχιστο το ένα παιδί να είναι αγόρι

Λύση:

$$B = \{(K, A), (A, K), (A, A)\} \Rightarrow P(B) = \frac{\nu(B)}{\nu(\Omega)} = \frac{3}{4}$$