

ΛΥΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 7: Στερεομετρία

- 1) Να υπολογίσετε το **εμβαδόν της ολικής επιφάνειας** και τον **όγκο** κύβου με ακμή 2m.

Δ	Z
$\alpha=2m$	$E_{ολ}=?$ $V=?$

$$E_{ολ}=6\alpha^2=6\cdot 2^2=6\cdot 4=24m^2$$

$$V=\alpha^3=2^3=8m^3$$

- 2) Οι διαστάσεις ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 5 m, 8 m και 10 m. Να υπολογίσετε το **εμβαδόν της ολικής επιφάνειας** και τον **όγκο** του.

Δ	Z
$\alpha=5m$	$E_{ολ}=?$
$\beta=8m$	$V=?$
$\gamma=10m$	

$$E_{ολ}=2\alpha\beta+2\beta\gamma+2\alpha\gamma$$

$$=2\cdot 5\cdot 8+2\cdot 8\cdot 10+2\cdot 5\cdot 10$$

$$=80+160+100$$

$$=340m^2$$

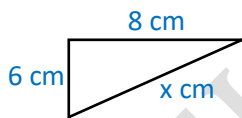
$$V=\alpha\cdot\beta\cdot\gamma$$

$$=5\cdot 8\cdot 10$$

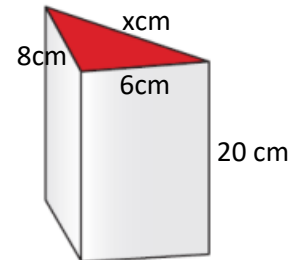
$$=400m^3$$

- 3) Ορθό τριγωνικό πρίσμα έχει βάση ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 6cm και 8cm . Αν το ύψος του πρίσματος είναι 20cm να υπολογίσετε το **εμβαδόν της ολικής επιφάνειας** και τον **όγκο** του.

βάση  $\rightarrow$  ορθογώνιο τρίγωνο



Δ	Z
$\alpha=6cm$	$E_{ολ}=?$
$\beta=8cm$	$V=?$
$u=20cm$	



$$\Pi_{\beta}=6+8+10$$

$$=24cm$$

$$E_{\pi}=\Pi_{\beta}\cdot u=24\cdot 20=480cm^2$$

$$E_{\beta}=\frac{\beta\cdot u}{2}=\frac{6\cdot 8}{2}=24cm^2$$

$$E_{ολ}=E_{\pi}+2E_{\beta}$$

$$=480+2\cdot 24$$

$$=480+48=528cm^2$$

$$V=E_{\beta}\cdot u$$

$$=24\cdot 20$$

$$=480cm^3$$

Π.Θ.

$$x^2=6^2+8^2$$

$$\Leftrightarrow x^2=36+64$$

$$\Leftrightarrow x^2=100$$

$$\Leftrightarrow x=\sqrt{100}$$

$$\Leftrightarrow x=10cm$$

- 4) Ένα πρίσμα έχει βάση τετράγωνο με πλευρά 6 cm. Το ύψος του πρίσματος είναι 10 cm. Να υπολογίσετε το **εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας** και τον **όγκο** του.

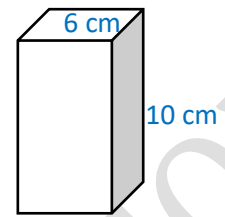
βάση → Τετράγωνη  
 $\Pi_{\beta} = 4\alpha = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}$   
 $E_{\beta} = \alpha^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$

$$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon = 24 \cdot 10 = 240 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} E_{ολ} &= E_{\pi} + 2E_{\beta} \\ &= 240 + 2 \cdot 36 \\ &= 240 + 72 \\ &= 312 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

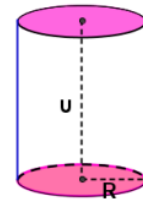
$$\begin{aligned} V &= E_{\beta} \cdot \upsilon \\ &= 36 \cdot 10 \\ &= 360 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$\Delta$	$Z$
$\alpha = 6 \text{ cm}$ $\upsilon = 10 \text{ cm}$	$E_{ολ} = ;$ $V = ;$



- 5) Κύλινδρος έχει όγκο  $50\pi \text{ cm}^3$  και ύψος 2 cm. Να υπολογίσετε το **εμβαδόν της ολικής επιφάνειας** (συναρτήσει του  $\pi$ ).

$\Delta$	$Z$
$\upsilon = 2 \text{ cm}$ $V = 50\pi \text{ cm}^3$	$E_{ολ} = ;$



$$\begin{aligned} V &= E_{\beta} \cdot \upsilon \\ &= \pi R^2 \cdot \upsilon \\ 50\pi &= \pi \cdot R^2 \cdot 2 \\ \Leftrightarrow 50 &= 2R^2 \\ \Leftrightarrow R^2 &= \frac{50}{2} \\ \Leftrightarrow R^2 &= 25 \\ \Leftrightarrow R &= \sqrt{25} \\ \Leftrightarrow R &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

βάση → κύκλος

$$\Pi_{\beta} = 2\pi R = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 10\pi \text{ cm}$$

$$E_{\beta} = \pi R^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$$

$$E_{\kappa} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon = 10\pi \cdot 2 = 20\pi \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} E_{ολ} &= E_{\kappa} + 2E_{\beta} \\ &= 20\pi + 2 \cdot 25\pi \\ &= 20\pi + 50\pi \\ &= 70\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

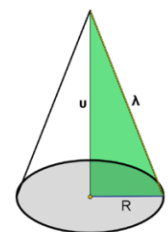
- 6) Το μήκος της βάσης κώνου είναι  $10\pi \text{ cm}$  και το ύψος του 12 cm. Να υπολογίσετε το **εμβαδό της κυρτής του επιφάνειας**. (συναρτήσει του  $\pi$ )

βάση → κύκλος  
 $\Gamma = 2\pi R$

$$\begin{aligned} \Pi_{\beta} &= 2\pi R \\ \Leftrightarrow 10\pi &= 2 \cdot \pi \cdot R \\ \Leftrightarrow 10 &= 2R \\ \Leftrightarrow R &= \frac{10}{2} = 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Π.Θ.  
 $\lambda^2 = \upsilon^2 + R^2$   
 $\Leftrightarrow \lambda^2 = 12^2 + 5^2$   
 $\Leftrightarrow \lambda^2 = 144 + 25$   
 $\Leftrightarrow \lambda^2 = 169$   
 $\Leftrightarrow \lambda = \sqrt{169}$   
 $\Leftrightarrow \lambda = 13 \text{ cm}$

$\Delta$	$Z$
$\Gamma = 10\pi \text{ cm}$ $\upsilon = 12 \text{ cm}$	$E_{\kappa} = ;$



$$E_{\kappa} = \pi R \lambda = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi \text{ cm}^2$$

- 7) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδό βάσης  $144 \text{ cm}^2$  και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας  $240 \text{ cm}^2$ . Να βρείτε τον **όγκο** της.

βάση  $\rightarrow$  Τετράγωνη

$$E_{\beta} = \alpha^2$$

$$144 = \alpha^2$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \sqrt{144}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 12 \text{ cm}$$

$$\Pi_{\beta} = 4\alpha = 4 \cdot 12 = 48 \text{ cm}$$

$$E_{\pi} = \frac{\Pi_{\beta} \cdot h}{2}$$

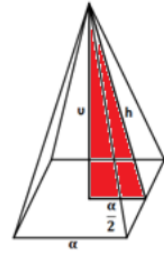
$$240 = \frac{48 \cdot h}{2}$$

$$\Leftrightarrow 240 = 24h$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{240}{24}$$

$$\Leftrightarrow h = 10 \text{ cm}$$

$\Delta$	$Z$
$E_{\beta} = 144 \text{ cm}^2$ $E_{\pi} = 240 \text{ cm}^2$	$V = ;$



Π.Θ.

$$h^2 = u^2 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow 10^2 = u^2 + 6^2$$

$$\Leftrightarrow 100 =$$

$$\Leftrightarrow u^2 + 36$$

$$\Leftrightarrow u^2 = 100 -$$

$$\Leftrightarrow 36$$

$$\Leftrightarrow u^2 = 64$$

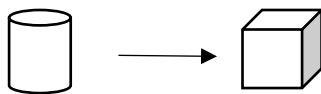
$$\Leftrightarrow u = \sqrt{64}$$

$$V = \frac{E_{\beta} \cdot u}{3}$$

$$= \frac{144 \cdot 8}{3}$$

$$= 384 \text{ cm}^3$$

- 8) Η Γεωργία έχει 20 κυλινδρικά κεριά ύψους 5 cm με ακτίνα βάσης 2 cm. Πρόκειται να τα λιώσει για να κατασκευάσει κεριά σχήματος κύβου ακμής 2 cm. Πόσα κεριά που θα έχουν σχήμα κύβου θα κατασκευάσει, αν δεν έχει απώλεια πρώτης ύλης ;



Κυλινδρικό  
κερί

Κερί σχήματος  
κύβου

$$V_{\text{κυλ.}} = E_{\beta} \cdot u = \pi \cdot R^2 \cdot u = \pi \cdot 2^2 \cdot 5 = 20\pi = 62,8 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{κυβ.}} = \alpha^3 = 2^3 = 8 \text{ cm}^3$$

$$20 \text{ κυλινδρικά κεριά θα έχουν όγκο} = 20 \cdot 62,8 \text{ cm}^3$$

$$= 1256 \text{ cm}^3$$

$$\text{Άρα, τα κεριά σε σχήμα κύβου θα είναι,}$$

$$1256 : 8 = 157$$

- 9) Κύλινδρος έχει εμβαδό βάσης  $16\pi \text{ cm}^2$  και εμβαδό ολικής επιφάνειας  $80\pi \text{ cm}^2$ . Να υπολογίσετε τον **όγκο** του. (συναρτήσε του  $\pi$ )

10)

βάση  $\rightarrow$  κύκλος

$$E_{\beta} = \pi R^2$$

$$\pi R^2 = 16\pi$$

$$\Leftrightarrow R^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow R = 4 \text{ cm}$$

$$E_{\text{ολ}} = E_{\kappa} + 2E_{\beta}$$

$$80\pi = E_{\kappa} - 2 \cdot 16\pi$$

$$\Leftrightarrow E_{\kappa} = 80\pi - 32\pi$$

$$\Leftrightarrow E_{\kappa} = 48\pi \text{ cm}^2$$

$$E_{\kappa} = \Pi_{\beta} \cdot u$$

$$48\pi = 2\pi R \cdot u$$

$$\Leftrightarrow 48\pi = 2\pi \cdot 4 \cdot u$$

$$\Leftrightarrow 48 = 8u$$

$$\Leftrightarrow u = \frac{48}{8}$$

$$\Leftrightarrow u = 6 \text{ cm}$$

$\Delta$	$Z$
$E_{\beta} = 16\pi \text{ cm}^2$ $E_{\text{ολ}} = 80\pi \text{ cm}^2$	$V = ;$

$$V = E_{\beta} \cdot u$$

$$= \pi R^2 \cdot u$$

$$= \pi \cdot 4^2 \cdot 6$$

$$= 96\pi \text{ cm}^3$$

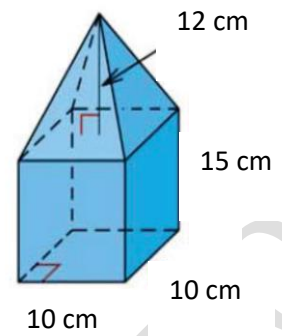
10) Το διπλανό στερεό είναι μια ξύλινη κατασκευή, να υπολογίσετε τον όγκο και τη συνολική επιφάνεια του στερεού.

$$\begin{aligned}V_{\text{ορθ.παρ.}} &= \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \\ &= 10 \cdot 10 \cdot 15 \\ &= 1500 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

$$E_{\beta} = \alpha^2 = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{πυρ.}} = \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3} = \frac{100 \cdot 12}{3} = 400 \text{ cm}^3$$

$$\begin{aligned}V_{\text{κατασκευής}} &= V_{\text{ορθ.παρ.}} + V_{\text{πυρ.}} \\ &= 1500 + 400 \\ &= 1900 \text{ cm}^3\end{aligned}$$



ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΝΘΡΩΠΟΛΕΨΣ