

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΗ ΕΝΙΑΙΑ ΤΕΛΙΚΗ ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ 2024 – 2025

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Διάρκεια: 90 λεπτά

Το δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να απαντήσετε όλα τα θέματα στο εξεταστικό δοκίμιο.
- Να απαντήσετε στο εξεταστικό δοκίμιο σε όλα τα θέματα μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα κλπ.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΜΕΡΟΣ Α: Αποτελείται από 6 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 60 μονάδες.

Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

A1.

(Α' Τετρ. 2022 - 2023)

Να βρείτε τα αναπτύγματα των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $(y + 4)^2 =$

(β) $(x - 6)(x + 6) =$

A2.

(Α' Τετρ. 2022 - 2023)

Να παραγοντοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $3a^2 + a^3 =$

(3μ)

(β) $9 - 4y^2 =$

(3μ)

(γ) $a^3 + 8 =$

(4μ)

A3.

(Α' Τετρ. 2022 - 2023)

Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $(x - 8)(3x + 5) = 0$

(β) $3x^2 + 2 = 5x$

A4.

(Α΄ Τετρ. 2022 - 2023)

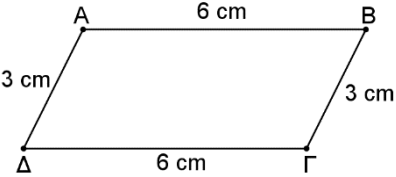
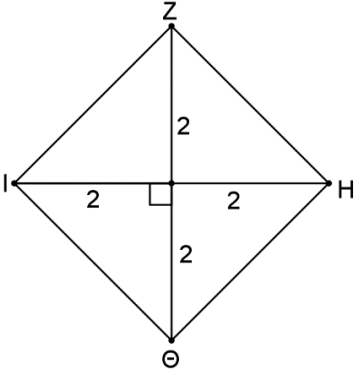
Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις:

(α) $\frac{x^2-7x+10}{3x^2-6x} : \frac{(x-5)^3}{9x^4} =$ (4μ)

(β) $\frac{3\alpha-2}{\alpha^2+4\alpha-12} - \frac{5}{12+2\alpha} =$ (6μ)

A5.

Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον κατάλληλο χαρακτηρισμό.

<p>(α) Το πιο κάτω τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.</p> 	<p>ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ</p>
<p>(β) Η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.</p>	<p>ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ</p>
<p>(γ) Κάθε τετράπλευρο που έχει τις διαγώνιούς του ίσες είναι ορθογώνιο.</p>	<p>ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ</p>
<p>(δ) Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος, αν τρεις πλευρές του είναι ίσες.</p>	<p>ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ</p>
<p>(ε) Το πιο κάτω τετράπλευρο είναι ρόμβος</p> 	<p>ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ</p>

Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{15}{x^2 + 3x - 4} - \frac{2x + 1}{1 - x} = \frac{x + 1}{x + 4}$$

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 3 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 40 μονάδες.

Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

Η άσκηση B1 βαθμολογείται με 10 μονάδες ενώ οι ασκήσεις B2 και B3 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία.

B1.

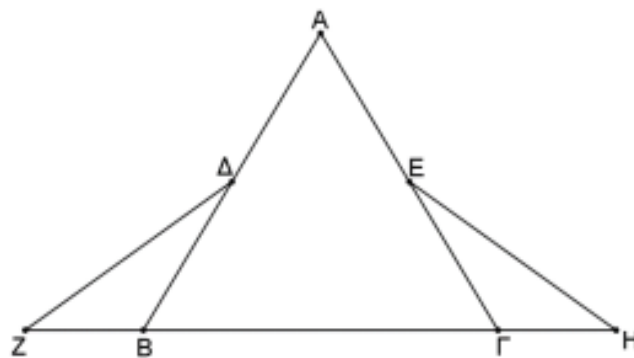
(Α' Τετρ. 2022 - 2023)

Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Στις προεκτάσεις της πλευράς $B\Gamma$ παίρνουμε σημεία Z και H τέτοια ώστε $BZ = \Gamma H$.

(α) Να δείξετε ότι $\Delta Z = EH$. (4μ)

(β) Αν $\angle Z\hat{\Delta}B = 24^\circ$ και $\angle \hat{H}E\Gamma = 35^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας A του τριγώνου $AB\Gamma$. (2μ)

(γ) Να δείξετε ότι οι αποστάσεις των σημείων B και Γ από τις πλευρές $Z\Delta$ και EH αντίστοιχα είναι ίσες. (4μ)



B2.

(α) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2x - y = -4 \\ 3x + 2y = 29 \end{cases}$$

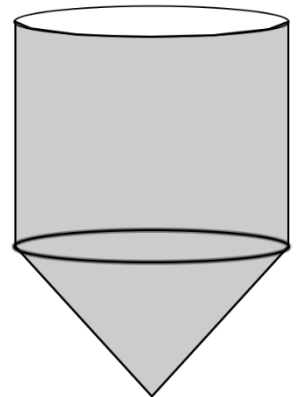
(7 μ)

(β) Η μεταλλική κατασκευή του διπλανού σχήματος χρησιμοποιείται ως αποθηκευτικός χώρος και αποτελείται από έναν κύλινδρο που είναι ανοικτός στο πάνω μέρος και έναν κώνο. Ο κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης x cm και ύψος y cm, όπου x, y είναι οι λύσεις του συστήματος του ερωτήματος (α).

Η γενέτειρα του κώνου είναι $5m$.

Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του στερεού.

(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π)

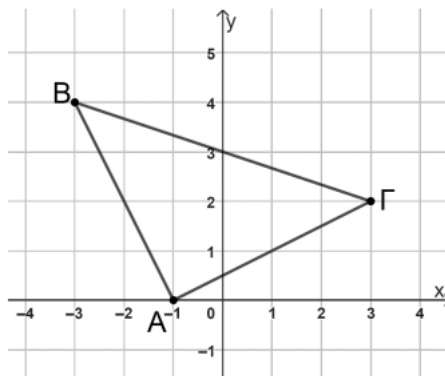


(8 μ)

B3.

(Τελική εξέταση 2023 - 2024)

(α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



- (i) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (4 μ)
- (ii) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς $B\Gamma$. (3 μ)
- (iii) Αν $M(0,3)$, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο M και είναι παράλληλη με την πλευρά $A\Gamma$. (3 μ)
- (iv) Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 2\sqrt{10}$ μονάδες. (2 μ)

(β) Να εξετάσετε αν το πιο πάνω τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι ίσο με ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο ΔEZ , με $\hat{E} = 90^\circ$ και $\Delta Z = B\Gamma = 2\sqrt{10}$. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (3 μ)

ΤΕΛΟΣ ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ